

631 歪ゲージ応答による実験・実稼動モード解析

Modal analysis by strain gage response

桑原 広樹 伊藤 貴彦 ○正 岩原 光男 (法政大)
 近藤 敦美 (CATEC) 正 長松 昭男 (法政大) 高橋 政行 (オリエンタルモーター)

Hiroki KUWABARA, Takahiko ITOU, Mitsuo IWAHARA, Hosei University, Kajino-cho, Koganei-shi, Tokyo
 Atsumi KONDO, CATEC
 Akio NAGAMATSU, Hosei University
 Masayuki TAKAHASHI, Oriental motor

The method of conventional experimental modal analysis in our laboratory is difficult to measure the vibrational characteristic of rotary structure which was under operation. So, the final purpose is to investigate the vibrational characteristic which was under operation. For that, we analyzed the experimental mode by using strain gauge, because the acceleration pickup that had been used so far wasn't able to be used which was under operation. And we investigated the vibrational characteristic by using the acceleration pickup and the calculation by computer before operating experiment. Then, we compared each other and examined the correspondence of the result used strain gauge. And we calculated strain modal shape under operating.

Key Words: Vibration of Rotating Body, Modal Analysis, Stress-strain Measurement, Finite Element Method (FEM)

A1. はじめに

従来のモード解析では、インパルスハンマーなどで加振し、加速度センサーなどで応答データをとるという方法が主に利用されてきた。また、実験時は実験対象物を停止している状態で実験を行ってきた。しかし、実際に対象物の稼働中において発生している変形形状を求めるためには、従来の方法を利用することは困難であった。実際に存在する振動問題は対象とした構造物の稼働中において生じるものであり、回転構造物などは、その稼働中における振動解析が求められている。

本研究では多翼送風機の遠心ファン（シロッコファン）を研究対象とした。多翼送風機は遠心送風機の中では、小型であるが大風量が得られるということや、軸流ファンに対して高い圧力が得られるという特長を活かし、大型情報機器の冷却や発熱量の大きい部品（光学機器のランプなど）の局所冷却に利用されている。大型情報機器は実装密度や発熱密度が高くなり、軸流ファンでは圧力が低いため、冷却効率を向上させるために多翼送風機が利用されている。また、大型プロジェクターではランプの高輝度化に伴って発熱量が増加しており、冷却効率を上げるために流速を上げる必要があるため、多翼送風機を利用する。一般的に、多翼送風機はインバーターと組み合わせて利用されることが多い。遠心ファンは構造上ケーシングと組み合わせ利用するため、稼働中は圧力変動が生じ、その結果、振動が発生してしまう。インバーターと組み合わせて使用した場合に共振破壊現象が起きることがあり、ランナーは特に共振破壊が発生しやすい特性であるということが分かっている。多翼送風機が利用されるものは振動が嫌われており、遠心ファンの低振動化、共振現象の回避をさせることが求められている。

本研究では、歪ゲージを利用して遠心ファンの実験モード解析を行い、回転構造物の運転時における実稼動解析法を研究し、対象物の稼働中におけるモード特性、及びモード形状を求めることを最終目標とした。

A2. 実験結果

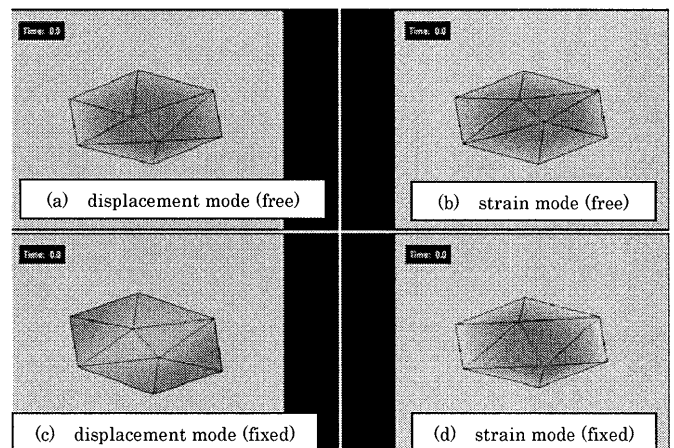


Fig. A.1 1st Experimental Modal Shapes (Hammer Excitation)

図 A.1 にシロッコファンの加振実験による第 1 次の固有モード形状を示す。図 A.1 上図(a), (b)は自由支持状態であり、節円数 1、節直径数零の自由円板モードである。変位モード(a), 歪モード(b)共に中心部の振幅が大きい。

図 A.1 下図(c), (d)はシロッコファン中心部をモーターの回転軸に固定し、加振実験により得た固有モードである。弾性軸に固定する場合に発生する円板の節円数零、節直径数 1 の固有モード形状である。この変位モード(c)は、中心部分の振幅はほとんど零で外周部が大きく振動する形状である。歪モード(d)では、外周部はほとんど零振幅で、中心部分が大振幅を示している。

水銀スリップリングを装着して、実運転時の歪モードを測定した。この場合の 1 次固有モードは Fig. A.1 の(d)図とほぼ同じ形状になり、弾性軸中心固定の 1 次モード形状と判断する。このモードの共振振動数はモーターの回転数上昇と共に 2 個に分離し、1 つはモーターの回転数上昇と共に上昇するが他方は下降する現象が見られた。これは、回転軸のふれ回りと弾性軸による中心固定円板モードが連成したためと思われる。

1. 緒言

本研究では遠心ファンの稼働中における振動現象の解析に歪ゲージを利用して行い、機械構造物の運転時における実稼働解析法を確立し、対象物の稼働中におけるモード特性、及びモード形状を求めらる。

2. モード解析

2.1 歪モードを利用したモード解析 変位や加速度のモードは一般的にマクスウェルの相反定理が成り立つ。伝達関数を G 、変位モードを ϕ とすると伝達関数は次式として表すことができる。

$$[G] = \sum_{r=1}^N y_r \begin{bmatrix} \phi_{r1}\phi_{r1} & \phi_{r1}\phi_{r2} & \cdots & \phi_{r1}\phi_m \\ \phi_{r2}\phi_{r1} & \phi_{r2}\phi_{r2} & \cdots & \phi_{r2}\phi_m \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{rm}\phi_{r1} & \phi_{rm}\phi_{r2} & \cdots & \phi_{rm}\phi_m \end{bmatrix} \cdots \quad (1)$$

ここで、

$$[G] = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & \cdots & G_{1n} \\ G_{21} & G_{22} & \cdots & G_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{m1} & G_{m2} & \cdots & G_{mn} \end{bmatrix}_{m \times n}$$

m : 応答点数
 n : 加振点数

とする。式 (1) を見ると、加振点と応答点を逆にしたときでも得られる結果は同じになることが分かる。この性質をマクスウェルの相反定理という。

次に、歪ゲージを用いる場合の伝達関数⁽³⁾を示す。まず、歪と変位の関係式を有限要素法の考え方を基にして示す。

$$\{\varepsilon\} = [B][\beta]\{\zeta_e\} \cdots \cdots \cdots \quad (2)$$

$[B]$: 歪 - 変位変換マトリクス
 $[\beta]$: 座標変換マトリクス
 $\{\zeta_e\}$: 一般座標系における接点変位

ここで、加振力を調和加振力とし $\{U_e\}$ を接点変位の振幅とすれば、接点変位は

$$\{\zeta_e\} = \{U_e\} e^{j\omega t} \cdots \cdots \cdots \quad (3)$$

と定義することが出来る。また、接点変位は次式のように運動方程式として示すことが出来る。

$$[M_e]\{\ddot{\zeta}_e\} + [C_e]\{\dot{\zeta}_e\} + [K_e]\{\zeta_e\} = \{F_e\} e^{j\omega t} \cdots \cdots \quad (4)$$

この式 (4) に式 (3) を代入すれば次式を得ることができる。

$$\{U_e\} = [\Phi][y_r][\Phi]^T \{F_e\} \cdots \cdots \cdots \quad (5)$$

ここで、

$$[\Phi] = [\{\phi_1\} \{\phi_2\} \cdots \{\phi_k\} \cdots \{\phi_N\}]$$

$$y_r = \frac{1/k_r}{-(m_r/k_r)\omega^2 + j(c_r/k_r)\omega + 1}$$

とする。これらより、 $\{\varepsilon\} = \{E\} e^{j\omega t}$ とし、式 (2) に式 (1) を代入すると次式を得る。

$$\begin{aligned} \{E\} e^{j\omega t} &= [B][\beta][\Phi][y_r][\Phi]^T \{F_e\} e^{j\omega t} \\ &= [\Psi^e][y_r][\Phi]^T \{F_e\} e^{j\omega t} \\ &= \sum_{r=1}^N y_r \{\psi_r^e\} \{\phi_r\}^T \{F_e\} e^{j\omega t} \\ &= [\Psi^e] \{q\} \\ &= \sum_{r=1}^N q_r \{\Psi_r^e\} \cdots \cdots \cdots \quad (6) \end{aligned}$$

を得ることが出来る。ここで、

$$\begin{aligned} [\Psi^e] &= [\{\psi_1^e\} \{\psi_2^e\} \cdots \{\psi_k^e\} \cdots \{\psi_N^e\}] = [B][\beta][\Phi] \\ \{\psi_k^e\} &= [B][\beta]\{\phi_k\}, \quad q_k = y_k \{\phi_k\}^T \{F_e\} e^{j\omega t} \end{aligned}$$

とする。式 (6) によって定義した $\{\phi_k\}$ に対応している $\{\psi_k^e\}$ は k 次の共振状態に対応している。したがって、 $\{\psi_k^e\}$ は構造物の振動特性パラメータである。また、式 (6) は歪応答を求めるものであり、 q_k は歪モードにおけるモード座標である。

次に、歪周波数応答関数 (Strain Frequency Response Function) を求める。まず、式 (6) から次式を得ることが出来る。

$$\{\varepsilon\} = [\Psi^e][y_r][\Phi]^T \{F_e\}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sum_{r=1}^N y_r \{ \psi_r^e \} \{ \phi_r \}^T \{ F_e \} \\
 &= [H^e] \{ F_e \} \dots \dots \dots (7)
 \end{aligned}$$

式(7)で定義された $[H^e]$ は歪周波数応答関数であり、行列内の要素は、

$$\begin{aligned}
 H_{ij}^e(\omega) &= \frac{\varepsilon_j(\omega)}{F_e} \\
 &= \sum_{r=1}^N \frac{\psi_n^e \phi_{rj} / k_r}{-(m_r/k_r)\omega^2 + j(c_r/k_r)\omega + 1} \\
 &= \sum_{r=1}^N y_r \psi_n^e \phi_{rj} \dots \dots \dots (8)
 \end{aligned}$$

と表すことが出来る。したがって、式(8)を行列形式にまとめれば式(9)を得ることが出来る。

$$[H^e] = \sum_{r=1}^N y_r \begin{bmatrix} \psi_{r1}^e \phi_{r1} & \psi_{r1}^e \phi_{r2} & \dots & \psi_{r1}^e \phi_{rm} \\ \psi_{r2}^e \phi_{r1} & \psi_{r2}^e \phi_{r2} & \dots & \psi_{r2}^e \phi_{rm} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \psi_{rm}^e \phi_{r1} & \psi_{rm}^e \phi_{r2} & \dots & \psi_{rm}^e \phi_{rm} \end{bmatrix}_{m \times n} \dots (9)$$

ここで、

$$[H^e] = \begin{bmatrix} H_{11}^e & H_{12}^e & \dots & H_{1n}^e \\ H_{21}^e & H_{22}^e & \dots & H_{2n}^e \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{m1}^e & H_{m2}^e & \dots & H_{mn}^e \end{bmatrix}_{m \times n}$$

とする。ここで、 $m = n$ の場合、式(1)の右辺は対称行列であることが分り、マクスウェルの相反定理が成り立つことが分った。それに対し、式(9)は右辺が対象行列となっていないことが分かる。つまり、歪応答を利用しモード解析を行う場合にはマクスウェルの相反定理は成立しないということが言える。

次に式(9)の右辺の行列を見ると、 k 行目は $\psi_{rk}^e \phi_{r1}, \psi_{rk}^e \phi_{r2} \dots \psi_{rk}^e \phi_{rm}$ となっていることが分り、また、 k 列目は $\psi_{r1}^e \phi_{rk}, \psi_{r2}^e \phi_{rk} \dots \psi_{rm}^e \phi_{rk}$ となっていることが分かる。

従来、実験モード解析ではマクスウェルの相反定理が成立するということから、応答点を固定し加振点を移動させる方法、または加振点を固定し応答点を移動させる方法が利用されてきた。そのほかにも多点応答

法などもある。しかし、方法は入力点と出力点を入れ換えても伝達特性は等しいという性質を前提とした方法であり、式(9)のような場合には実験方法の違いによって結果が異なる。式(9)は非対称な行列であり、加振点を移動させる方法を利用した実験の場合は変位モード $[\Phi]$ を求めることができ、加振点を移動させる方法を利用した実験の場合は歪モード $[\Psi^e]$ を求めることができるということがわかる。本研究ではこの式をもとに二種類の加振実験方法を行い、変位モードとモードを求めた。

2.2 歪モードと変位モードの相違

歪モードは歪ゲージを貼った場所に発生した歪の大きさを縦方向へ振動している様に表現した。変位モードでは加振をしたときに一番大きい振幅になる場所が振動の腹になるのに対し、歪モードでは振動しているときに応力が集中している場所の振幅が大きくなる。例として片持ち梁の歪モードと変位モードを示す。梁には歪ゲージを8枚貼り、変位モードはそのうちの1枚を応答点として利用し、加振点を移動させ実験を行った。また、歪モードは加振点を一箇所とし、8枚の歪ゲージを一つずつ切り替え、加振実験を行った。

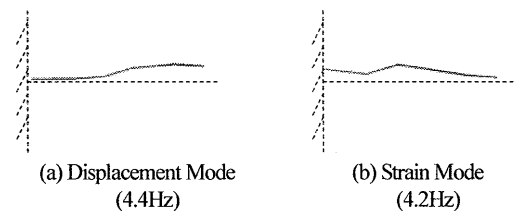


Fig. 1 Experimental Modal Shape No. 1

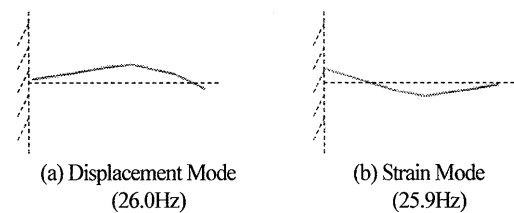


Fig. 2 Experimental Modal Shape No. 2

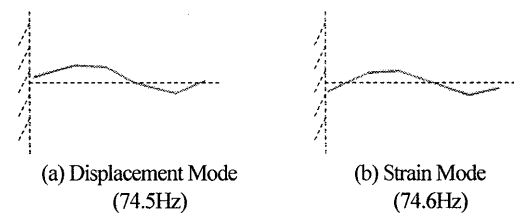


Fig. 3 Experimental Modal Shape No. 3

点線は固定している場所と振動していない状態のときの梁である。変位モードは固定端で振幅が0になるのに対し、歪モードでは固定端で特に歪が発生しやすいため振幅が大きくなる。自由支持状態では違いが分かりにくいですが、片側を固定することで実験により得られた変位モードと歪モードの違いが大きくなる見ることが出来た。この結果、式(9)の考えより行った実験から、歪ゲージを利用する場合は変位モードと歪モードの2種類を得ることが出来ることがわかった。

3. 実稼働解析の信号処理

3.1 実稼働試験 実稼働実験モード解析は自動車やその他の機械を稼働させている状態において、測定した振動データから実稼働時の振動形状 (Operating Deflection Shape) を求め、アニメーション化し表すものである。この方法は従来の実験モード解析の方法と異なり、実際に稼働している状態での振動現象を把握することが出来るため、稼働中に発生する問題を発見するためには非常に有効な方法である。ただし、通常の加振実験と異なり、入力している加振力を求めることが困難であるため、一定の条件で定常的に稼働させた状態で実験を行う必要がある。また、本来であれば多チャンネル測定器を用い、複数の測定点における振動データを同時に測定し、計算を行うべきであるが、今回は実験環境上実験対称としたシロッコファンを同じ回転数で稼働させるようにし、測定点ごと測定を行った。

3.2 信号処理 実験モード解析では通常入力と出力の比である伝達関数を用い、モード特性同定計算を行う。しかし、実稼働解析では入力となる加振力を求めることが出来ないため、伝達関数を求めることが出来ない。そこで、本研究では応答点の振幅データとして応答データのパワースペクトルを利用し、位相の基準を設けるために応答点とは別に参照点を用意し、実稼働試験を行った。

パワースペクトルは応答点の時間データ $y(t)$ の周波数成分 $Y(\omega)$ のパワーを時間平均したもので、次式に示す。

$$W_{yy}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{T} \overline{Y(\omega)} \cdot Y(\omega) \right\} \dots \dots \dots (10)$$

パワースペクトルは振幅と位相を持つ複素数である。実験により得られた歪の時間データをフーリエ変換し、パワースペクトルを求め、振幅を計算する。

次に、参照点を基準とする位相の導出計算を行う。振幅を求めるときに必要としたパワースペクトルでは格応答点の位相が求められるが、参照点の位相を基準とすることが出来ないため、本研究ではクロススペクトルを用い、計算を行った。クロススペクトルを次式に示す。

$$W_{xy}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{T} \overline{Y(\omega)} \cdot X(\omega) \right\} \dots \dots \dots (11)$$

クロススペクトルは応答点の周波数成分 $X(\omega)$ と参照点の周波数成分 $Y(\omega)$ の相関関数関係を求める関数であり、

$$W_{xy}(\omega) = W e^{j\omega_x t}$$

$$X(\omega) = X e^{j\omega_x t}$$

$$Y(\omega) = Y e^{j\omega_y t}$$

としたとき、次式を得ることが出来る。

$$\begin{aligned} W_{xy} e^{j\omega_y t} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{T} \overline{Y e^{j\omega_y t}} \cdot X e^{j\omega_x t} \right) \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{T} X e^{j\omega_x t} \cdot Y e^{-j\omega_y t} \right) \dots \dots \dots (12) \end{aligned}$$

したがって、クロススペクトルの位相を求めると、

$$\omega_{xy} = \omega_y - \omega_x \dots \dots \dots (13)$$

という関係になるため、クロススペクトルの位相を求めると参照点と応答点の位相差を求めることが出来る。

本研究で行った実稼働試験では応答点における振動データとしてパワースペクトルの絶対値を用い、各点の位相として参照点と応答点の位相差であるクロススペクトルの位相を用い計算を行った。また、今回の研究ではモード特性の同定計算までは行っておらず、固有振動数と実稼働時の振動形状を求めた。

4. 実験モード解析

4.1 加振方法 インパルスハンマーを用い加振する。測定方法は応答点を固定し加振点を移動させる加振点移動法と、加振点を固定し応答点を移動させる応答点移動法を用いた。実験は8回行い、加振点移動の場合は加振点を8ヶ所、応答点移動は1ヶ所をハンマー加振し8枚の歪ゲージそれぞれで振動データをとる。

4.2 支持方法 シロッコファンの実験は自由支持と固定支持の二つの場合に分け行った。自由支持とは対象物の動きを拘束したり妨げたりしない支持をいう。理想的には空間に浮かんだ状態を指す。本研究ではゴムを使用し宙吊り状態にさせることで支持方法とした。また、固定支持とは実用時に一部が固定された状態にある構造物や機械の動特性を本来あるがままの状態を知りたいときなどに採用される支持条件である。

シロッコファンはモーターにより回転させることで使用されるものなので、モーターの回転軸に締め付け固定することで固定支持とした。

4.3 実験結果 得られたモード形状を図4に示す。片持ち梁を用いた実験結果から変位モードでは変位の大きい場所の振幅が大きく、歪モードでは歪の大きく発生する場所の振幅が大きくなることが分かった。シロッコファンを実験対象とした場合でもこの現象と同様な結果が得られた。特に2つのモード形状に差が大きく見られたのが固定支持の実験結果である。固定支持状態で実験を行う場合、片持ち梁を用いて実験を行う場合と同様に固定端に近い場所に歪が発生しやすい。したがって、図4における固定支持での変位モード(c)と歪モード(d)を見比べると、変位モードでは変位の大きい場所の振幅が大きくなっているのに対し、歪モードではモーターの軸に固定されているところに近い場所の振幅が大きくなっている。この現象は固定支持状態における場合は固定部に近い場所が応力の集中しやすい場所であるということが原因であると考えられる。

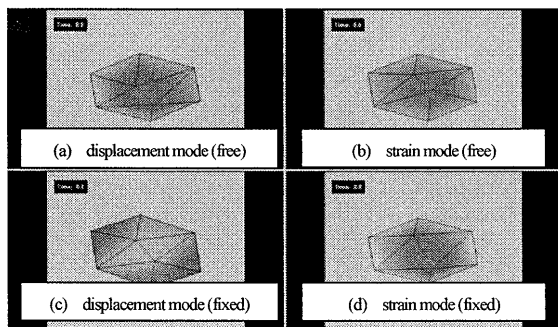


Fig.4 1st Experimental Modal Shapes (Hammer Excitation)

次に、有限要素法を利用した解析結果を図5に示す。この図と図4のモード形状を比較するとそれぞれ同じ結果を得られることが出来た。また、有限要素法による解析結果の歪モードの方は変位モード形状における応力集中部を示すことで歪モードと表現した。固有振動数は加振点移動と測定点移動での結果において誤差は非常に小さかった。

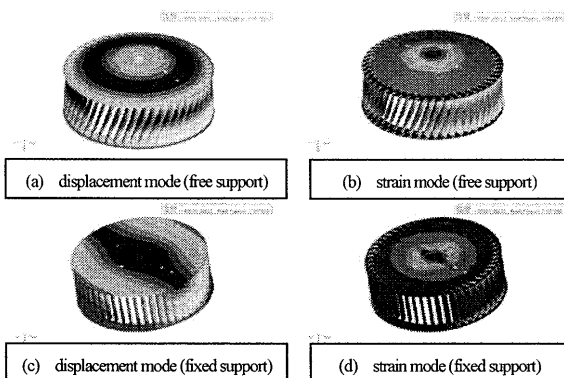


Fig.5 1st Calculation Modal Shapes (Finite Element Analysis)

5. 実稼動解析

5.1 加振方法 実稼動試験は研究対象としたシロッコファンを一般的に使用している条件で実験を行う。したがって、シロッコファンをサーボモーターの回転軸に固定し、モーター加振による実験を行った。実験方法は二つの方法で行う。

(1) 300rpm から2400rpm まで300rpm 刻みで一つの点の振動データを計測し、遠心力によるシロッコファンの振動特性への影響を調べる。

(2) 1000rpm および2000rpm で回転させた時の振動データを各測定点で計測し、それぞれの回転数における振動モード形状を求める。

実稼動実験は歪ゲージを9枚使用し、8枚は測定点として使用し、もう1枚は位相の基準を設けるための参照点として使用した。振幅として測定点のパワースペクトルの振幅を使用し、位相は測定点と参照点のクロススペクトルの位相を利用した。また、今回の解析ではカーブフィットを行わずに実験データにおけるピークの周波数を固有振動数とした。半導体歪ゲージを貼り付けたシロッコファンを図6に示す。

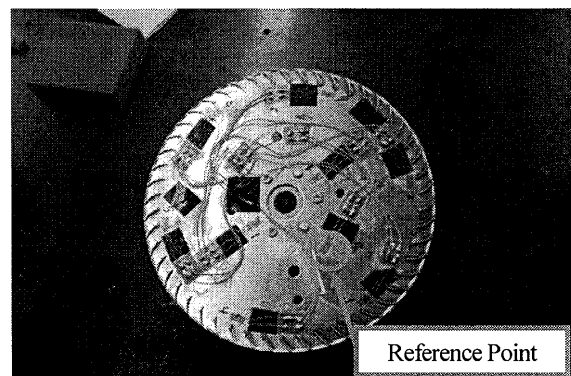


Fig.6 Pasted Strain Gauge

5.2 実験結果 図7に300rpm から2400rpm まで300rpm 刻みで一つの点の振動データを計測し、歪のパワースペクトルを、縦軸をモーターの回転数とし、等高線図として示す。

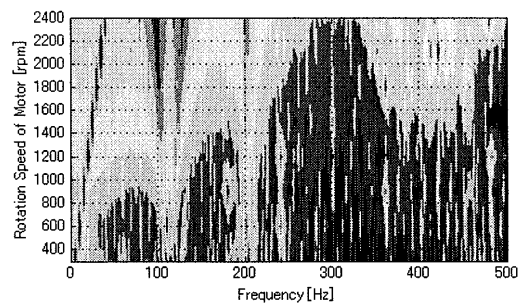


Fig.7 Contour Map of Strain Power Spectrum Density Function

図7において50Hz以下に見られるパワースペクトルの励起はモーターの回転数によるものであり、回転数に比例しているため、シロッコファンの固有振動数ではないと考えられる。したがって、それら以外の赤く出ているパワースペクトルの励起がシロッコファンの固有振動数であり、左から1次後退モード、1次前進モード、2次モードだと考えられる。この結果から1次モードの固有振動数の差が広がっていく現象を得ることが出来た。これは回転時の振動データを得るために、歪ゲージや配線、その他部品などをシロッコファンに取り付けたことで、回転軸に対して重心のずれが起り、遠心力が片寄ってしまったことによる触れ回りなどが原因だと考えられる。

次に、2000rpmの実験で得られた実稼動モードを図8に示す。実稼動解析で得られた実稼動モード形状はハンマー加振によって得られた歪モード形状と同じ形状であった。したがって、歪ゲージを用いた実稼動時で得られるモードは歪モードである。また、1000rpmの実験で得られたモード形状も同様な形状となった。さらに、得られた前進モードと後退モードは形状としては同じ形状であったが、逆位相で振動している事が分かった。

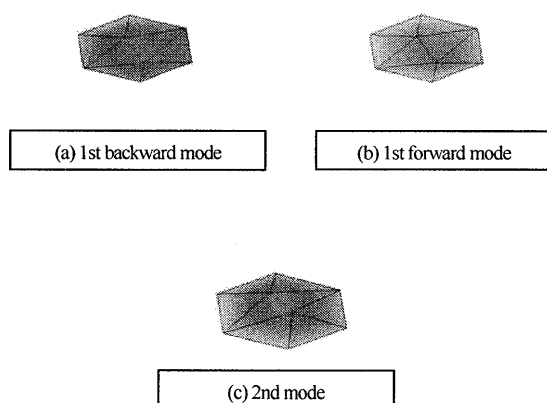


Fig.8 Operating Strain Mode Shapes (2000rpm)

5.3 考察 実稼動試験においてモーターの回転数を上げていくと1次固有振動数とその対称モードの固有振動数が離れていく現象が起きた。この原因はシロッコファンに歪ゲージや配線などを貼り付けたことやコネクタ、ロータリートランスミッターを取り付けたことにより、回転軸に対して重心がずれ、アンバランスな状態で回転させたことによる触れ回り現象が起っているからであると考えられる。

実際に冷却用としてシロッコファンを用いる場合は、基本的にこのようなものは取り付けないため、本研究での状態ほどアンバランスな状態にはならない。しかし、稼働中にゴミが付着することや傷がつくことによりアンバランスな状態で回転し、シロッコファンの振

動特性が変化することで触れ回り現象が発生することが考えられる。

ここで、実験において得られたピークの周波数を図9に示す。

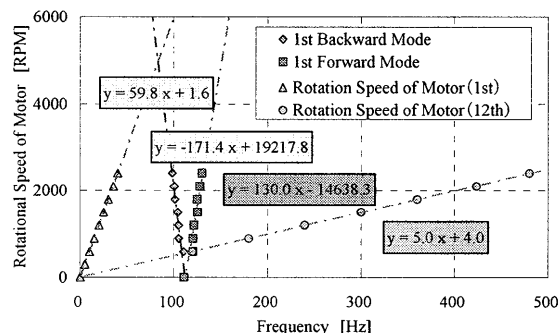


Fig.9 Peaks of Power Spectrum

図9を見ると、今回実験を行った回転数よりさらにモーターの回転数を上げていくと、1次後退固有振動数とモーターの回転数によるピークが重なることになる。周波数を x 、モーターの回転数を y とし、実験結果から得られた数値をそれぞれ1次関数に近似すると図9に示されている式を得る。この式を用い、連立方程式を解くと1次後退固有振動数はモーターの回転数が4973rpmの時に同じ値となる。従って、本研究における実験条件では4973rpmでモーター加振をする場合、モーターによる加振周波数と1次後退固有振動数が一致し、共振現象が発生すると考えられる。このことから、静止している状態の固有振動数より約20Hz低い周波数で共振することが分かった。

6. 結論

1. 実稼動試験から実稼動時歪モード形状を求めることができ、ハンマー加振の場合に得られた結果と同様の結果を得ることが出来た。
2. 一次モードとその対象モードの周波数はモーターの回転数を上げることにより、値が離れていくという現象が現れた。
3. 歪ゲージを利用した場合の実験では加振点を移動した場合と測定点を移動した場合で変位モードと歪モードが得られることが分かった。

参考文献

- (1) 長松昭男, "モード解析入門", コロナ社, 1993年.
- (2) 大館淳, 保坂学, 岩原光男, 御法川学, 長松昭男, "モード解析によるシロッコファンの振動特性", 法政大学計算科学研究センター研究報告第17号, 2004年.
- (3) L.H.Yam, T.P.Leung, D.B.Li, K.Z.Xue, "THEORETICAL AND EXPERIMENTAL STUDY OF MODAL STRAIN ANALYSIS", Journal of Sound and Vibration (1996) 191(2), 251-260